УДК 537.533

ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ОТРАЖАТЕЛЬНОМ ТРИОДЕ С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОКООТВОДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ

В.П. Григорьев, Т.В. Коваль, А.В. Козловских

Томский политехнический университет
E-mail: grig@am.tpu.ru

Рассматривается влияние магнитного поля тока электронов, стекающих по аноду, на движение электронов в диоде и отражательном триоде с виртуальным катодом. Показано, что магнитное поле анодного тока влияет на время пролета диодного зазора и траектории движения электронов. Получена зависимость условия самоизоляции электронного потока от параметров диода. Установлено, что в триоде с виртуальным катодом магнитное поле анодного тока приводит к смещению электронов, при этом ослабляется модуляция электронов по фазе и увеличивается разброс электронов по амплитудам колебаний, что приводит к понижению эффективности излучения.

1. Введение

Генераторы электромагнитного излучения на основе отражательных триодов с виртуальным катодом (ВК) привлекают внимание в связи с возможностью получения большой мощности микроволнового излучения. Обзоры недавних достижений в разработке и исследовании триодов с виртуальным катодом представлены в работах [1–3]. Увеличение мощности излучения в этих приборах связано с решением ряда проблем по формированию электронного потока. Одной из них является влияние магнитного поля тока I_a электронов, стекающих по анодной сетке, на движение электронного потока в диоде. Этот ток и соответствующее магнитное поле растут с увеличением плотности тока в диодном промежутке из-за увеличения потерь электронов на аноде, что может привести к заметному ограничению мощности излучения. Однако этот вопрос из-за математических сложностей не рассмотрен в существующих работах, включая известные численные PIC-коды. Поэтому целесообразно провести исследование и определить влияние магнитного поля токоотводящих систем на движение электронов в диоде.

Первым шагом в этом направлении является плоская модель. В данной работе в рамках плоской модели рассмотрим влияние магнитного поля тока на формирование электронного потока в плоском диоде и на колебания электронов в потенциальной яме, формируемой между реальным и виртуальным катодами. Ниже будем считать, что потенциал описывается известными соотношениями плоского диода [4, 5], а магнитное поле тока, протекающего по аноду, играет роль возмущения. Этот подход, хотя и не является самосогласованным, позволяет установить основные процессы, связанные с магнитным полем тока I_a, и оценить их влияние на структуру электронного потока в диодном зазоре и триоде с ВК. Кроме того, учитывая, что в существующих генераторах – триодах с ВК геометрия близка к плоской, радиусы катода R_k и анода R_a значительно превышают диодный зазор (R_a: R_k>>d и

$R_a>R_k$), следует ожидать неплохое совпадение теоретических результатов с экспериментальными. Движение электронов в диоде и триоде с ВК рассмотрим в безразмерных переменных: $x\to x/d$, $y\to y/d$, $z\to z/d$ в системе координат на рис. 1 и положим, что ток электронов I_a, попадающий на анод с токоотводом, направлен по оси $\vec{y}$. В этом случае магнитное поле тока I_a в рассматриваемом приближении описывается векторным потенциалом $A_z=B_0x$, где B_0 определяется током диода и прозрачностью анода. Положение катода $x=-1$, анода $x=0$, ВК – $x=1$.

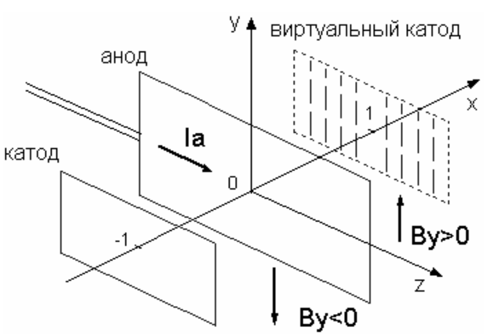


Рис. 1. *Система координат*

2. Движение электрона в диоде

Пусть движение электронов в анодном промежутке происходит под действием магнитного поля тока I_a, стекающего по аноду, и электрического поля, описываемого потенциалом $U(x)$, создаваемым внешним напряжением и полем пространственного заряда. Уравнения движения электронов в указанных полях записываются в виде

$$\ddot{x}+\frac{1}{\gamma(x)}\frac{\partial\gamma}{\partial x}\dot{x}^2=-\Omega_e^2\frac{\tilde{x}}{\gamma^2(x)}+\frac{e}{m_0}\frac{1}{\gamma(x)}\frac{\partial U}{\partial x}; \qquad (1)$$

$$\dot{z}=\Omega_e\frac{\tilde{x}}{\gamma(x)}; \qquad (2)$$

$$p_y=m_0\gamma(x)\dot{y}=0, \qquad (3)$$

где $y(x)=eU(x)/m_0c^2+1$; $\Omega_e=eB_0/m_0c$; m_0 – масса покоя электрона; e – элементарный заряд; c – скорость света, $\tilde{x}=x+1$. Решение уравнений (1–3) получим, представляя потенциал $U(x)$ в виде степенного ряда. При этом, учитывая, что для $U(x)\sim x^k$ ($k>2$) точка $\tilde{x}=0$ с малой окрестностью не дает вклада в траекторию электрона, ограничимся разложением $eU(x)/m_0c^2=b_1\tilde{x}+b_2\tilde{x}^2$, где коэффициенты b_1 и b_2 определяются из вида потенциала. В частности для закона Чайлда-Ленгмюра $b_1=0{,}55(\gamma_0-1)$, $b_2=0{,}45(\gamma_0-1)$. Такое представление $U(x)$ достаточно точно аппроксимирует реальный потенциал во всей области взаимодействия, исключая точку $\tilde{x}=0$, и позволяет в законченном виде проинтегрировать уравнения движения. В результате решения уравнений (1–3) в зависимости от величины тока, стекающего по аноду, и, следовательно, от магнитного поля B_0 можно представить следующим образом.

1. В случае сильного магнитного поля, когда выполняется условие

$$b_0=(d\Omega_e/c)^2-2b_2-(\gamma_0-1)^2>0$$

имеем:

$$\tilde{x}=\frac{b_1}{b_0}\left\{1-\cos\left[\frac{b_0^{1/2}}{b}\left(\frac{ct}{d}+\left[\frac{b-1}{b_1}+\frac{b_2\tilde{x}}{2b_0}\right][2b_1\tilde{x}-b_0\tilde{x}^2]^{1/2}\right)\right]\right\}, \quad (4)$$

$$z=\frac{\Omega_e d}{cb_0}\left\{\frac{b_1}{b_0^{1/2}}\left[\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(1-\frac{b_0}{b_1}\tilde{x}\right)\right]-[2b_1\tilde{x}-b_0\tilde{x}^2]^{1/2}\right\}, \quad (5)$$

где $b=1+b_1^2/b_0+3b_1^2b_2/2b_0^2$, t – время.

Из выражений (4, 5) можно определить все параметры движения электронов в диодном зазоре: скорости, время пролета и траектории. В частности, из (5) нетрудно получить максимальное поперечное отклонение электронов на аноде в зависимости от магнитного поля B_0. Полагая в (5) $\tilde{x}=1$, получим

$$z_a=\frac{\Omega_e d}{cb_0}\left\{\frac{b_1}{b_0^{1/2}}\left[\frac{\pi}{2}-\arcsin\left(1-\frac{b_0}{b_1}\right)\right]-[2b_1-b_0]^{1/2}\right\}.$$

Из приведенных выше соотношений можно установить также критические параметры диода, при которых электроны в магнитном поле B_0 не достигают анода ($\tilde{x}=1$). Как следует из выражений (4, 5), это имеет место при условии $2b_1-b_0=0$ в магнитном поле, равном

$$B_{0,c}=\frac{m_0c^2}{ed}(2(\gamma_0-1)+(\gamma_0-1)^2)^{1/2} \qquad (6)$$

и соответствует моменту, когда вся энергия электрона на аноде связана только с поперечным движением $\dot{x}(\tilde{x}=1)=0$. Дальнейшее увеличение B_0 приведет к тому, что часть электронов не будет достигать анода (режим самоизоляции). Явление самоизоляции может иметь место и в СВЧ-генераторах, в триодах с виртуальным катодом, что приведет к ограничению мощности излучения. Чтобы получить наглядную зависимость условия самоизоляции в этих приборах от параметров диода установим зависимость между магнитным полем B_0 и током I_a, протекающим по сетчатому аноду. Полагая прозрачность анода, равной χ, и учитывая уменьшение диодного зазора за счет движения анодной плазмы со скоростью v_p, можно записать

$$I_a=I_A\frac{1}{8}\frac{fr_b^2}{d_{\text{eff}}^2}f_\chi,\quad B_0=\frac{\pi}{8}\frac{m_0c^2}{e}\frac{fr_b^2}{d_{\text{eff}}^2}f_\chi. \qquad (7)$$

Здесь введены следующие обозначения: $I_a=17000$ А – ток Альфвена, $d_{\text{eff}}=d+v_pt$; v_p – скорость расширения плазмы, $f_\chi=(1-\chi^2)/(1+\chi^2)$; r_b – радиус электронного пучка. Для слабо релятивистского случая $f=(8\sqrt{2}/9)(\gamma_0-1)^{3/2}$, в общем случае [3]

$$f=\left[F(\sigma,1/\sqrt{2})-2E(\sigma,1/\sqrt{2})+\frac{2\gamma_0(\gamma_0^2-1)^{1/4}}{1+(\gamma_0^2-1)^{1/2}}\right]^2,$$

$$\sigma=\arccos\left[\frac{1-(\gamma_0^2-1)^{1/2}}{1+(\gamma_0^2+1)^{1/2}}\right],$$

здесь $F(\sigma,1/\sqrt{2})$ и $E(\sigma,1/\sqrt{2})$ – эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода. Из соотношений (5–7) получим критические параметры диода и условия, при которых наступает маг-

нитная самоизоляция электронного потока в триоде с виртуальным катодом:

$$\frac{\pi^2}{64}\frac{r_b^2}{d_{\text{eff}}^2}f_\chi^2\frac{f^2}{\gamma_0^2-1}\geq 1. \qquad (8)$$

Следует отметить, что поскольку поле B_0 зависит от тока в диоде, то любое уменьшение тока приводит к ослаблению поля B_0 и, следовательно, исчезновению самоизоляции. Поэтому следует ожидать, что в области критических параметров, удовлетворяющих условию (8), процесс ослабления тока в диоде будет носить колебательный характер.

2. В случае слабого магнитного поля, когда выполняется условие $b_0=-\tilde{b}_0<0$, во всей области взаимодействия ускоряющая сила электрического поля преобладает над тормозящей силой магнитного поля в x направлении, а наличие анодного тока I_a приводит к искривлению траектории электронов:

$$z=\frac{d\Omega_e}{c\tilde{b}_0}\times\left\{\begin{aligned}&(\tilde{b}_0\tilde{x}^2+2b_1\tilde{x})^{1/2}-\\&-\frac{b_1}{\tilde{b}_0^{1/2}}\ln\left[1+\frac{\tilde{b}_0\tilde{x}}{b_1}+\sqrt{\frac{\tilde{b}_0}{b_1}}\left(\frac{\tilde{b}_0}{b_1}\tilde{x}^2+2\tilde{x}\right)^{1/2}\right]\end{aligned}\right\}$$

и увеличению времени прохождения электроном диодного промежутка:

$$T_d=\frac{d}{c}\left\{\begin{aligned}&\frac{\tilde{b}_0(b_1-\gamma_0-1)-3b_1b_2}{2\tilde{b}_0^2}(\tilde{b}_0+2b_1)^{1/2}+\\&+\frac{b}{\sqrt{\tilde{b}_0}}\ln\left[1+\frac{\tilde{b}_0}{b_1}+\sqrt{\frac{\tilde{b}_0}{b_1}}\left(\frac{\tilde{b}_0}{b_1}+2\right)^{1/2}\right]\end{aligned}\right\}.$$

Очевидно, что для осуществления генерации электромагнитного излучения в триоде с ВК представляет интерес область параметров, где эффект самоизоляции не проявляется, т.е. неравенство (8) не выполняется. В этом случае приведенные результаты не дают окончательного ответа и необходимо рассмотреть влияние поля B_0 на осцилляторное движение электронов в потенциальной яме катод – виртуальный катод.

3. Осциллятор в отражательном триоде

Рассмотрим колебания электрона в потенциальной яме

$$U=-U_0x^2(1-a\cos\omega t)\quad\begin{cases}a=0, & x<0;\\ a\neq 0, & x>0,\end{cases}$$

в которой учитывается параметрическое воздействие, связанное с колебаниями края потенциальной ямы: $x_{vc}=1+0{,}5a\cos\omega t$, здесь a и ω – относительная амплитуда и частота колебаний виртуального катода. Релятивистское движение нелинейного осциллятора с учетом магнитного поля анодного тока сетки описывается системой уравнений

$$\begin{cases}\ddot{x}+2\lambda\dot{x}+\Omega_0^2(1-a\cos\omega t)x-\Gamma x^3=sM\dot{z}\Omega_0,\\ \ddot{z}=-sM\dot{x}\Omega_0.\end{cases} \qquad (9)$$

Здесь λ – постоянная затухания, обусловленного потерями на излучение, Γ – коэффициент нелинейности, связанный с релятивистскими эффектами и полем пространственного заряда (для релятивистских эффектов $\Gamma=1{,}5(\dot{x}/x)^2(d/c)$), $\Omega_0=(2eU/m_0d^2)^{1/2}$ – частота собственных колебаний электрона, $s=(|x|/x)$. Параметр $M=\Omega_e/\Omega_0\gamma_0$ с учетом выражений (7) при сохранении колебательного движения можно записать:

$$M^2=\frac{\pi}{64}\frac{r_b^2}{d_{\text{eff}}^2}f_\chi^2\frac{f^2}{\gamma_0W^2}<1, \qquad (10)$$

здесь $W=\Omega_0d/c=\sqrt{2(\gamma_0-1)}/\sqrt{\gamma_0}$. Для слаборелятивистского пучка выполняется $W^2\gamma_0\approx\gamma_0^2-1$, поэтому неравенство $M^2\geq 0$ и условие (8) совпадают.

Вначале проведем анализ влияния магнитного поля анодного тока на колебания линейного осциллятора без потерь. Движение электрона от катода до анода с начальными условиями на катоде $\dot{x}(0)=\dot{z}(0)=0$, $x(0)=-1$, $x<0$, как следует из (9), описывается выражениями

$$\begin{cases}x=-\dfrac{1}{q^2}(M^2+\cos(q\Omega_0t)),\\ z=\dfrac{M}{q^3}(q\Omega_0t-\sin(q\Omega_0t)),\end{cases} \qquad (11)$$

где $q=\sqrt{1+M^2}$. Из системы (11), учитывая граничные условия на аноде ($x=0$), получим смещение электрона на аноде

$$z_a=\frac{M}{q^3}(\arccos(-M^2)-\sqrt{1-M^2}), \qquad (12)$$

при этом продольная и поперечная скорости электрона на аноде выражается через параметр M: $v_x=\sqrt{1-M^2}$ и $v_z=M$. Учитывая непрерывность решений на аноде, а также смену знака магнитного поля в области $x>0$, получим соотношения, описывающие движение электрона в области анод – виртуальный катод

$$\begin{cases}x=-\dfrac{Mv_z}{q^2}[1-\cos(q\Omega_0t)]+\dfrac{v_x}{q}\sin(q\Omega_0t),\\ z=z_a-\dfrac{Mv_x}{q^2}[1-\cos(q\Omega_0t)]+\\ \quad+\dfrac{v_z}{q^3}[(q\Omega_0t)+M^2v_z\sin(q\Omega_0t)].\end{cases} \qquad (13)$$

Из выражений (11–13) видно, что в магнитном поле анодного тока осциллятор непрерывно смещается по z. При этом величина смещения зависит от параметра M. Параметр M отражает влияние магнитного поля анодного тока на колебания электрона: при $B_0=0$ имеем $M=0$, а при $B_0\neq 0$ с учетом выражения (6) имеем $M=M(\chi,y_0,r_b)$. Из полученных результатов следует, что колебательное движение электрона относительно анода сохраняется только при $M<1$. В противоположном случае наступает режим самоизоляции, т.е. вся продольная энергия электрона переходит в энергию поперечного движения. На рис. 2 показаны траектории электрона за период движения для разных значений параме-

тра M. Как видно из рис. 2, линейный осциллятор в магнитном поле тока анода не меняет амплитуду, но приобретает смещение по z. Смещение увеличивается как с возрастанием тока $M\sim I_a\sim B$, так с увеличением ускоряющего напряжения $M\sim\sqrt{y_0-1}$ или относительного радиуса пучка $M\sim r_b/d$. При этом полное смещение электрона вдоль оси z определяется выражением

$$z_n = 4nz_a,$$

где n – число периодов движения электрона относительно анода за "время жизни" электрона τ.

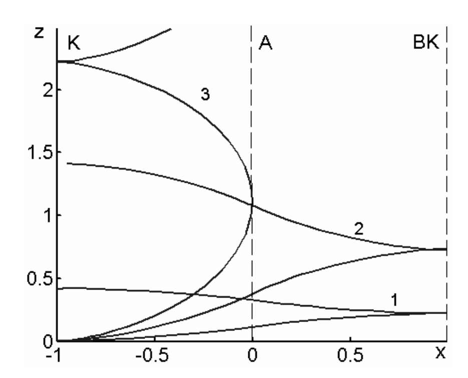


Рис. 2. *Траектории электрона за период движения для разных значений параметра M: 1) M = 0,2; 2) 0,6; 3) 1,0*

В триоде с виртуальным катодом одним из основных ограничений τ является конечная прозрачность анода χ, поэтому имеет смысл оценить величину полного смещения электрона в зависимости от χ. Величину τ можно оценить из предположения, что из-за потерь на аноде через время $\tau=nT$ из числа покинувших катод электронов в области взаимодействия остается не более 10 %, где T – период колебаний электрона. Для значений χ=0,4...0,8 имеем τ=(1,25...4,75)T, что соответствует n=1,25...4,75, при этом функция f_χ изменяется в пределах 0,75...0,22. Если рассмотреть произведение nf_χ, то нетрудно заметить, что при χ=0,4...0,8 произведение $nf_\chi\approx$1,1.

Для значений параметра M<0,5(M^2<<1), как следует из рис. 2, смещение по координате z за четверть периода составляет $z_a\approx M/2$, соответственно полное смещение $z_n\approx 2nM=(2\pi/8)r_b(f/W\sqrt{y_0})$. Численные оценки показывают, что для параметров системы: d=1,50 см, γ_0=2 и пучка радиусом 4,50 см полное смещение z_n составляет 3,24 см.

Магнитное поле анодного тока приводит также к увеличению периода колебаний электронов T. Действительно, полагая x=0 (координата анода) в системе уравнений (11), получим для параметров M^2<<1: $T\approx T_0(1+0{,}14M^2)$, где $T_0=2\pi/\Omega_0$ – период колебаний электрона при отсутствии магнитного поля B_0.

В общем случае для нелинейного осциллятора с учетом затухания, потерь энергии и колебаний виртуального катода влияние магнитного поля анодного тока рассмотрено численным методом. Для параметров: a=0,6; λ=0,06Ω_0; $\Omega_0-\omega$=0,2Ω_0 результаты представлены на рис. 3, 4.

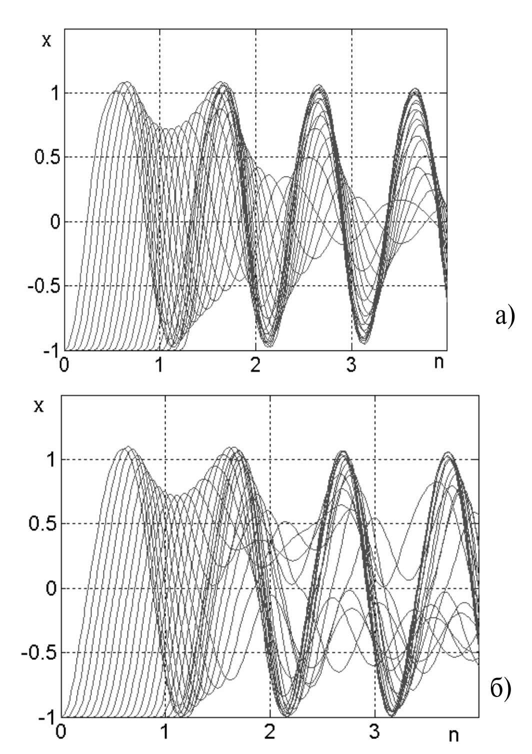


Рис. 3. *Изменение амплитуд колебаний электронов от относительного времени для разных значений параметра M: а) 0,2; б) 0,6*

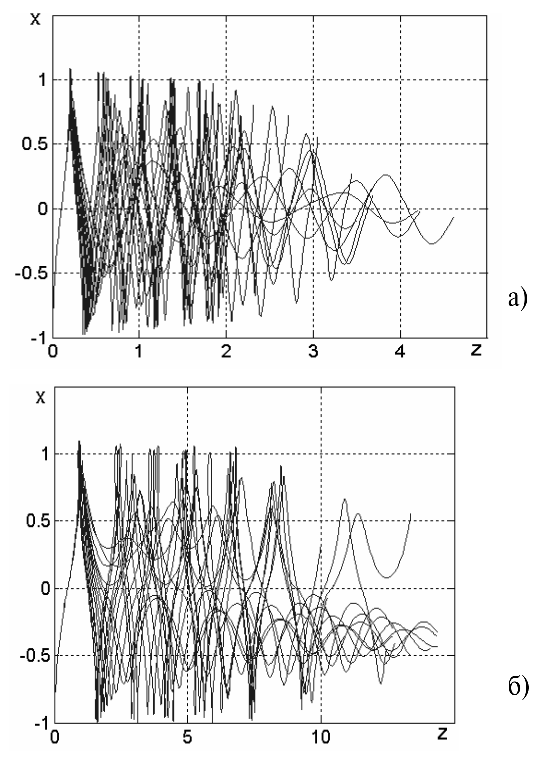


Рис. 4. *Траектории электронов с разными начальными фазами для разных значений параметра M: а) 0,2, б) 0,6*

В триоде с виртуальным катодом колебания края потенциальной ямы (виртуального катода) оказывают параметрическое действие на нелинейный осциллятор и обусловливают фазовую модуляцию электронов [4–6]. Изменение амплитуд коле-

баний электронов от времени для разных значений параметра *M*, т.е. для разных значений магнитного поля анодного тока, показано соответственно на рис. 3. Из сравнения кривых видно, что магнитное поле тока анода ослабляет модуляцию электронов по фазе и увеличивает разброс электронов по амплитудам колебаний. Последнее, как известно [5], приводит к уменьшению эффективного взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем излучения в СВЧ-генераторах с виртуальным катодом. Кроме того, с увеличением параметра *M* (т.е. магнитного поля анодного тока), как видно из рис. 3, *б*, и 4, *б*, часть электронов движется в режиме самоизоляции, что также приводит к понижению эффективности излучения.

На рис. 4 показаны в плоскости ($z \times x$) траектории электронов с разными начальными фазами. Как следует из рис. 4, наибольшее смещение получают электроны с меньшей амплитудой колебаний.

Кроме того, при смещении электронов расширяется площадь сечения пучка на аноде. Это приводит к заниженным результатам значений тока анода в триоде, рассчитываемого по формуле (7).

При наличии 2-х или 4-х симметричных токоотводов на аноде величина магнитного поля и смещение электронов, будет соответственно в 2 или 4 раза меньше. Однако геометрия токоотводящей системы может определить форму сечения пучка на аноде, что может определять тип (моду) возбуждаемой волны.

При радиальном токоотводе возникает азимутальное магнитное поле. При этом влияние анодного тока на колебания электронов сильно ослабляется.

4. Заключение

Из полученных результатов следует, что влияние магнитного поля анодного тока на движение электронов в триоде с виртуальным катодом характеризуется величиной

$$\Lambda = \frac{\pi^2}{64}\frac{r_b^2}{d_{\text{eff}}^2} f_\chi^2 \frac{f^2}{\gamma_0^2 - 1} - 1.$$

В случае $\Lambda \geq 0$, что соответствует сильному магнитному полю, наступает самоизоляция электронного потока в диодном промежутке. Это неизбежно приводит к срыву СВЧ излучения триода.

В случае $\Lambda < 0$ происходит только искривление траекторий электронов, и они, осциллируя в потенциальной яме, образованной внешним полем и собственным полем пространственного заряда, смещаются вдоль оси z на расстояние $z_n = 4nz_a$. При этом разброс электронов по амплитудам увеличивается и, соответственно, ослабляется фазовая модуляция электронного потока [6]. Кроме того, магнитное поле анодного тока приводит к увеличению периода колебаний электронов.

Поскольку влияние магнитного поля анодного тока существенно зависит от геометрии системы, то это может быть использовано для варьирования частоты и эффективности излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. Генерация электромагнитных в системах с виртуальным катодом // В кн.: Плазменная электроника / Под ред. В.И. Курилко. – Киев: Наукова думка, 1989. – С. 112–131.
2. Дубинов А.Е., Ефимова И.А., Михеев К.Е., Селемир В.Д., Тараканов В.П. Гибридные СВЧ-генераторы с виртуальным катодом // Физика плазмы. – 2004. – Т. 30. – № 5. – С. 1–23.
3. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. – М.: Мир, 1984. – 432 с.
4. Григорьев В.П., Коваль Т.В. Теория генерации электромагнитных колебаний в системах с виртуальным катодом // Известия вузов. Физика. – 1998. – № 4. – С. 168–182.
5. Коваль Т.В. Излучение потока осциллирующих электронов при возбуждении параметрических колебаний // Известия вузов. Физика. – 1997. – № 10. – С. 103–106.
6. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Козловских А.В. Возбуждение параметрических колебаний в триоде с виртуальным катодом при наличии внешней электромагнитной волны // Известия вузов. Физика. – 2000. – № 2. – С. 76–81.